

---

# Indice

<b>Introduzione: non solo equazioni</b> .....	XI
<b>1 Cenni di Teoria degli insiemi</b> .....	1
1.1 Insiemi: un'introduzione naïf .....	1
1.2 Insieme delle parti .....	7
1.3 Prodotto cartesiano .....	8
1.4 Relazioni .....	11
1.5 Funzioni .....	12
1.6 Relazioni di equivalenza .....	18
1.7 Grafi .....	23
1.8 Relazioni di ordine .....	24
1.9 Qualche calcolo .....	27
1.10 Briciole di infinito .....	34
1.11 Gli assiomi: come e perché .....	38
<b>2 I numeri naturali</b> .....	45
2.1 Il principio di induzione .....	45
2.2 La divisione in $\mathbb{N}$ : quoziente e resto .....	49
2.3 Numeri e dita .....	50
2.4 Massimo comun divisore e minimo comune multiplo .....	55
2.5 Numeri primi .....	58
2.6 Congruenze .....	62
2.7 Calcolo di potenze modulo $m$ .....	69
2.8 Criteri di divisibilità .....	72
2.9 Un'altra applicazione: la prova del 9 .....	74
2.10 Equazioni congruenziali .....	75
2.11 Il Piccolo Teorema di Fermat .....	77
2.12 La $\varphi$ di Eulero e il Teorema di Eulero .....	79
2.13 Il criptosistema <b>RSA</b> .....	83

<b>3</b>	<b>Razionali, reali, complessi e quaternioni</b> .....	89
3.1	Un intermezzo .....	89
3.2	Razionali .....	89
3.3	Reali .....	94
3.4	Complessi .....	98
3.5	Quaternioni .....	107
<b>4</b>	<b>Grafi e multigrafi</b> .....	113
4.1	La nascita della teoria dei grafi .....	113
4.2	Grafi e multigrafi .....	115
4.3	Circuiti euleriani e i ponti di Königsberg .....	128
4.4	Cammini e circuiti hamiltoniani .....	131
4.5	Grafi bipartiti .....	135
4.6	Alberi .....	138
4.7	Grafi piani e planari .....	142
4.8	Grafi, mappe e colorazioni .....	149
4.9	Grafi e multigrafi orientati .....	155
<b>5</b>	<b>Gruppi e permutazioni</b> .....	161
5.1	Gruppi .....	161
5.2	Permutazioni .....	166
5.3	Un assaggio di Teoria dei gruppi .....	174
5.4	Ancora gruppi .....	182
5.5	Unioni e intersezioni di sottogruppi .....	187
5.6	Classi laterali .....	191
5.7	Sottogruppi normali e gruppi quoziente .....	196
5.8	Omomorfismi tra gruppi .....	198
5.9	Automorfismi di un gruppo .....	203
5.10	Cayley e Sylow .....	207
5.11	Prodotti diretti .....	212
5.12	Piccoli gruppi .....	215
5.13	Galois .....	218
<b>6</b>	<b>Anelli, matrici e polinomi</b> .....	223
6.1	Strutture .....	223
6.2	Anelli, corpi e campi .....	224
6.3	Polinomi .....	229
6.4	Ancora anelli .....	232
6.5	Matrici .....	233
6.6	Domini di integrità .....	244
6.7	Sottoanelli .....	244
6.8	Ideali .....	246
6.9	Anelli quoziente .....	250
6.10	Omomorfismi tra anelli .....	252
6.11	La caratteristica di un anello unitario .....	256

6.12	La fabbrica degli anelli	257
<b>7</b>	<b>Anelli commutativi unitari</b>	<b>267</b>
7.1	Introduzione	267
7.2	Massimo comun divisore e minimo comune multiplo	268
7.3	Gli anelli euclidei e l'algoritmo di Euclide	272
7.4	Elementi primi e irriducibili: domini a fattorizzazione unica	278
7.5	Polinomi	284
7.6	Un intermezzo: radici e radicali	298
7.7	Ideali primi e massimali	304
<b>8</b>	<b>Vettori, matrici e sistemi lineari</b>	<b>311</b>
8.1	Moduli su un anello	311
8.2	Spazi vettoriali su un campo	314
8.3	Sottospazi	317
8.4	Basi e dimensioni	323
8.5	Ancora sottospazi: somme dirette	330
8.6	Funzioni lineari	334
8.7	Dualità	341
8.8	Funzioni lineari e matrici	343
8.9	Sistemi lineari e matrici	349
8.10	Il metodo di Gauss–Jordan	352
8.11	Il rango di una matrice	363
8.12	Determinanti	368
8.13	Matrici invertibili e gruppi lineari	380
8.14	La regola di Cramer	384
<b>9</b>	<b>Campi</b>	<b>393</b>
9.1	Sottocampi	393
9.2	Il campo dei quozienti	394
9.3	Ampliamenti di un campo	399
9.4	Elementi algebrici e trascendenti	400
9.5	Ampliamenti semplici di un campo	402
9.6	Sottocampo minimo	410
9.7	Campo di riducibilità completa	410
9.8	Campi algebricamente chiusi, e chiusura algebrica di un campo	411
9.9	Campi finiti	412
9.10	Codici autocorrettori: il codice <b>BCH</b>	415
	<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>421</b>
	<b>Indice analitico</b>	<b>425</b>