

# Indice

1	Introduzione	1
<b>I</b>	<b>LE BASI DELLA FISICA QUANTISTICA</b>	<b>3</b>
2	Concetti fondamentali	5
2.1	LE BASI SPERIMENTALI DELLA FISICA QUANTISTICA	5
2.1.1	<i>L'esperimento di Zeilinger</i>	5
2.1.2	<i>Onde e particelle</i>	10
2.1.3	<i>Dall'esperimento ai principi</i>	12
2.2	STATI	13
2.2.1	<i>Bra, ket e sovrapposizione</i>	13
2.2.2	<i>Prodotto scalare</i>	15
2.2.3	<i>Vettori di base e misura</i>	16
2.2.4	<i>La relazione di completezza</i>	17
2.3	OPERATORI	18
2.3.1	<i>Operatori e matrici</i>	18
2.3.2	<i>Operatore associato a un'osservabile</i>	21
2.3.3	<i>Operatori di proiezione e misure generali</i>	26
2.4	POSTULATI DELLA MECCANICA QUANTISTICA	28
3	Proprietà quantistiche	31
3.1	UNITARIETÀ	31
3.1.1	<i>Cambiamenti di base</i>	31
3.1.2	<i>Operatori unitari</i>	32
3.1.3	<i>Trasformazioni unitarie di operatori</i>	34
3.2	INDETERMINAZIONE	35
3.2.1	<i>Osservabili compatibili e incompatibili</i>	35
3.2.2	<i>Commutazione di operatori</i>	36
3.2.3	<i>Il principio di indeterminazione</i>	38
3.3	INFORMAZIONE QUANTISTICA	41
3.3.1	<i>L'informazione in un qubit</i>	42
3.3.2	<i>La matrice densità</i>	43
3.3.3	<i>La più generale misura</i>	47
3.3.4	<i>Il teorema di no-cloning</i>	50

<b>II</b>	<b>FONDAMENTI DELLA MECCANICA QUANTISTICA</b>	<b>53</b>
4	Quantizzazione canonica: la meccanica quantistica	55
4.1	LA RAPPRESENTAZIONE DELLE COORDINATE	55
4.1.1	L'operatore posizione	56
4.1.2	La distribuzione delta di Dirac	57
4.1.3	Relazione di ortonormalizzazione e risoluzione dell'identità	60
4.1.4	Operatori	61
4.2	L'OPERATORE IMPULSO E LE TRASLAZIONI	62
4.2.1	Il teorema di Noether	63
4.2.2	Le traslazioni in meccanica quantistica	64
4.2.3	L'operatore impulso	66
4.2.4	Operatori e leggi di conservazione	67
4.2.5	Il commutatore canonico e la quantizzazione canonica	68
4.3	BASE DELLE COORDINATE E BASE DEGLI IMPULSI	69
4.3.1	La base delle coordinate	69
4.3.2	Autostati dell'operatore impulso	72
4.3.3	La base degli impulsi	75
5	Evoluzione temporale	77
5.1	IL GENERATORE DELL'EVOLUZIONE TEMPORALE	77
5.1.1	Traslazioni temporali e leggi di conservazione quantistiche	77
5.1.2	Il teorema di Noether per trasformazioni dipendenti dal tempo	79
5.1.3	Il postulato dell'evoluzione temporale	80
5.2	L'EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER	81
5.2.1	L'equazione di Schrödinger per la funzione d'onda	81
5.2.2	L'equazione di Schrödinger per l'operatore di evoluzione temporale	84
5.2.3	Evoluzione temporale: hamiltoniana indipendente dal tempo	85
5.2.4	Evoluzione temporale: hamiltoniane commutanti a tempi diversi	86
5.2.5	Evoluzione temporale: hamiltoniane non commutanti a tempi diversi	87
5.2.6	Stati stazionari	88
5.3	EVOLUZIONE TEMPORALE ALLA SCHRÖDINGER E ALLA HEISENBERG	90
5.3.1	La rappresentazione di Heisenberg	91
5.3.2	Leggi del moto alla Heisenberg	92
5.3.3	Leggi di conservazione: il teorema di Noether in meccanica quantistica	94
5.3.4	Teorema di Ehrenfest e transizione classico-quantistico	95
<b>III</b>	<b>Meccanica quantistica in una dimensione</b>	<b>97</b>
6	La particella unidimensionale libera	99
6.1	AUTOSTATI DELLA HAMILTONIANA	99
6.1.1	Evoluzione temporale degli stati	100
6.1.2	Equazioni del moto per posizione e impulso	101
6.1.3	Dipendenza dal tempo dell'indeterminazione	104
6.2	PACCHETTI D'ONDE	104
6.2.1	Stati di minima indeterminazione	104
6.2.2	Indeterminazione del pacchetto d'onde	106
6.2.3	Indeterminazione posizione-impulso	108

6.3	MOTO DI UN PACCHETTO D'ONDE . . . . .	109
6.3.1	<i>Velocità di fase e velocità di gruppo</i> . . . . .	109
6.3.2	<i>Allargamento di un pacchetto d'onde</i> . . . . .	110
6.3.3	<i>L'ordine di grandezza degli effetti quantistici</i> . . . . .	112
7	Problemi unidimensionali . . . . .	117
7.1	LA BUCIA DI POTENZIALE INFINITA . . . . .	117
7.1.1	<i>Determinazione dello spettro</i> . . . . .	118
7.1.2	<i>Proprietà delle autofunzioni</i> . . . . .	120
7.1.3	<i>Degenerazione dello spettro e stati legati</i> . . . . .	122
7.2	IL GRADINO DI POTENZIALE . . . . .	125
7.2.1	<i>Funzione a gradino e condizioni di continuità</i> . . . . .	125
7.2.2	<i>Autofunzioni di energia: stati di scattering</i> . . . . .	126
7.2.3	<i>Corrente di probabilità</i> . . . . .	127
7.2.4	<i>Soluzione regressiva</i> . . . . .	129
7.2.5	<i>Autofunzioni di energia: stati di tunneling</i> . . . . .	130
7.3	LA BARRIERA DI POTENZIALE . . . . .	131
7.3.1	<i>Autofunzioni di energia ed effetto tunnel</i> . . . . .	131
7.3.2	<i>Soluzione generale di tunneling</i> . . . . .	132
7.3.3	<i>Coefficienti di trasmissione e riflessione</i> . . . . .	134
7.4	PROBLEMI UNIDIMENSIONALI: UNA DISCUSSIONE QUALITATIVA . . . . .	134
7.4.1	<i>Le "buche": potenziali con un minimo al finito</i> . . . . .	135
7.4.2	<i>Barriere e gradini: potenziali senza un minimo al finito</i> . . . . .	139
8	L'oscillatore armonico . . . . .	141
8.1	L'OSCILLATORE ARMONICO CLASSICO . . . . .	141
8.2	LO SPETTRO DELL'OSCILLATORE ARMONICO QUANTISTICO . . . . .	142
8.2.1	<i>Caratteristiche qualitative dello spettro</i> . . . . .	142
8.2.2	<i>Operatori di creazione e distruzione</i> . . . . .	144
8.2.3	<i>Normalizzazione ed elementi di matrice</i> . . . . .	146
8.3	AUTOFUNZIONI NELLA BASE DELLE COORDINATE . . . . .	148
8.3.1	<i>Funzione d'onda per lo stato fondamentale</i> . . . . .	148
8.3.2	<i>Stati eccitati e polinomi di Hermite</i> . . . . .	149
8.4	EVOLUZIONE TEMPORALE . . . . .	151
8.4.1	<i>Evoluzione degli operatori posizione e impulso e formule di BCH</i> . . . . .	151
8.4.2	<i>Evoluzione temporale degli operatori di creazione e distruzione</i> . . . . .	153
8.5	GLI STATI COERENTI . . . . .	155
8.5.1	<i>Costruzione e normalizzazione degli stati</i> . . . . .	155
8.5.2	<i>Posizione e impulso in uno stato coerente</i> . . . . .	157
8.5.3	<i>Dipendenza temporale</i> . . . . .	158
8.5.4	<i>Gatti di Schrödinger</i> . . . . .	159
IV	MECCANICA QUANTISTICA IN PIÙ DIMENSIONI . . . . .	163
9	Sistemi quantistici in più di una dimensione . . . . .	165
9.1	SPAZI PRODOTTO DIRETTO . . . . .	165
9.1.1	<i>Sistemi di dimensione finita</i> . . . . .	166

9.1.2	<i>Più dimensioni e più corpi</i> . . . . .	167
9.1.3	<i>Sistemi d-dimensionali in coordinate cartesiane</i> . . . . .	169
9.2	SEPARABILITÀ . . . . .	171
9.2.1	<i>Potenziali separabili in coordinate cartesiane</i> . . . . .	171
9.2.2	<i>Hamiltoniane separabili</i> . . . . .	172
9.2.3	<i>Esempi tridimensionali</i> . . . . .	173
9.3	IL PROBLEMA DEI DUE CORPI E I PROBLEMI CENTRALI . . . . .	175
9.3.1	<i>Coordinate baricentrali e relative</i> . . . . .	175
9.3.2	<i>Cambiamenti lineari di coordinate</i> . . . . .	178
9.3.3	<i>Problemi centrali</i> . . . . .	180
10	Il momento angolare . . . . .	187
10.1	MOMENTO ANGOLARE E ROTAZIONI . . . . .	188
10.1.1	<i>Il caso classico: teorema di Noether</i> . . . . .	188
10.1.2	<i>Il caso quantistico: generatore delle rotazioni</i> . . . . .	189
10.2	PROPRIETÀ DEL MOMENTO ANGOLARE . . . . .	190
10.2.1	<i>Espressione esplicita</i> . . . . .	190
10.2.2	<i>Relazioni di commutazione</i> . . . . .	190
10.3	LO SPETTRO DEL MOMENTO ANGOLARE . . . . .	192
10.3.1	<i>Costruzione dello spettro</i> . . . . .	193
10.3.2	<i>Autofunzioni nella base delle coordinate</i> . . . . .	197
10.4	LO SPIN . . . . .	202
10.4.1	<i>Spin 1</i> . . . . .	203
10.4.2	<i>Spin <math>\frac{1}{2}</math></i> . . . . .	208
10.5	COMPOSIZIONE DI MOMENTI ANGOLARI . . . . .	214
10.5.1	<i>Sistemi con momento angolare orbitale e spin</i> . . . . .	214
10.5.2	<i>Coefficienti di Clebsch-Gordan e cambi di base</i> . . . . .	215
10.5.3	<i>Composizione di due spin <math>\frac{1}{2}</math></i> . . . . .	218
11	Problemi tridimensionali . . . . .	223
11.1	L'EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER RADIALE . . . . .	223
11.1.1	<i>Funzione d'onda radiale</i> . . . . .	225
11.1.2	<i>Condizioni al contorno e andamenti asintotici</i> . . . . .	226
11.1.3	<i>La particella libera</i> . . . . .	228
11.2	L'OSCILLATORE ARMONICO ISOTROPO . . . . .	229
11.2.1	<i>Stati con <math>\ell = 0</math></i> . . . . .	229
11.2.2	<i>Costruzione degli stati con <math>\ell</math> generico</i> . . . . .	230
11.2.3	<i>Spettro e degenerazione</i> . . . . .	233
11.2.4	<i>Il teorema di degenerazione</i> . . . . .	234
11.2.5	<i>Simmetria dell'oscillatore tridimensionale isotropo</i> . . . . .	235
11.3	IL POTENZIALE COULOMBIANO . . . . .	239
11.3.1	<i>Analisi dimensionale</i> . . . . .	239
11.3.2	<i>Il modello di Bohr</i> . . . . .	243
11.3.3	<i>Il problema di Keplero e le sue simmetrie</i> . . . . .	245
11.3.4	<i>Leggi di conservazione nel caso quantistico</i> . . . . .	247
11.3.5	<i>Costruzione dello spettro</i> . . . . .	249
11.3.6	<i>Degenerazione e base fisica</i> . . . . .	251
11.3.7	<i>Autofunzioni nella base delle coordinate</i> . . . . .	252

<b>V</b>	<b>METODI DI APPROSSIMAZIONE</b>	<b>257</b>
12	Il limite classico della meccanica quantistica	259
12.1	L'AZIONE IN MECCANICA CLASSICA	259
12.1.1	Azione e traiettoria classica	260
12.1.2	La teoria di Hamilton-Jacobi	262
12.2	L'AZIONE IN MECCANICA QUANTISTICA	264
12.2.1	Il propagatore	265
12.2.2	Propagatore e azione	267
12.2.3	L'integrale di cammino	269
12.2.4	L'approccio di Feynman: l'equazione di Schrödinger dal path integral	273
12.3	L'APPROSSIMAZIONE WKB	275
12.3.1	Limite semiclassico dell'equazione di Schrödinger	275
12.3.2	Correzioni al primo ordine e approssimazione semiclassica	276
12.3.3	Validità dell'approssimazione semiclassica	277
12.3.4	Trattazione semiclassica della buca di potenziale	278
13	La teoria delle perturbazioni	283
13.1	PERTURBAZIONI INDIPENDENTI DAL TEMPO	283
13.1.1	Spettro non degenere	284
13.1.2	Caso degenere	287
13.2	PERTURBAZIONI DIPENDENTI DAL TEMPO	288
13.2.1	La rappresentazione di interazione	288
13.2.2	Sviluppo perturbativo dipendente dal tempo	290
13.2.3	La regola aurea di Fermi	291
13.3	CONCETTI BASE DELLA TEORIA DELL'URTO	293
13.3.1	Sezione d'urto	293
13.3.2	Spazio delle fasi e fattore di flusso	294
13.3.3	L'approssimazione di Born	295
<b>VI</b>	<b>SISTEMI DI MOLTI CORPI</b>	<b>299</b>
14	Particelle identiche	301
14.1	INDISTINGUIBILITÀ QUANTISTICA	301
14.1.1	L'operatore di scambio	302
14.1.2	Sistemi di $n$ particelle e degenerazione di scambio	304
14.1.3	Stati simmetrici e antisimmetrici	305
14.2	STATISTICHE QUANTISTICHE	306
14.2.1	Separabilità e principio di esclusione	307
14.2.2	Il teorema spin-statistica	308
15	Entanglement	313
15.1	MATRICE DENSITÀ	313
15.1.1	Meccanica statistica	314
15.1.2	Matrice densità e misure parziali	314
15.1.3	Entanglement e media sui sottosistemi	316
15.2	FISICA QUANTISTICA E REALISMO LOCALE	318
15.2.1	L'esperimento di Einstein-Podolsky-Rosen	318

15.2.2	<i>Variabili nascoste</i>	320
15.2.3	<i>La disuguaglianza di Bell</i>	322
15.3	IL PROBLEMA DELLA MISURA	326
15.3.1	<i>Decoerenza</i>	327
15.3.2	<i>Misura e informazione</i>	328

**APPENDICE****329**

A	Test di autovalutazione	331
A.1	LA PARTICELLA LIBERA	331
A.2	IL POTENZIALE LINEARE	332
A.3	LA BUCA DI POTENZIALE INFINITA	333
A.4	IL POTENZIALE DELTIFORME	334
A.5	L'OSCILLATORE ARMONICO	335
A.6	L'ATOMO DI IDROGENO IN CAMPO ELETTRICO	336
A.7	L'ATOMO DI ELIO	336
A.8	OSCILLATORI ARMONICI ACCOPPIATI	337
A.9	BUCA DI POTENZIALE CUBICA	338
A.10	LIVELLI DI LANDAU	339
	Lista dei complementi	341
	Indice analitico	343