

Indice

Prefazione	xiii	P.7 Funzioni trigonometriche	47
Per lo studente	xvii	Alcune identità utili	49
Ringraziamenti	xix	Coseni e seni di alcuni angoli particolari	50
Che cosa è il calcolo differenziale?	1	Formule di addizione	52

Le altre funzioni trigonometriche	53
Funzioni trigonometriche con Maple	56
Riepilogo di trigonometria	56

P Preliminari 3

P.1 Numeri reali e retta reale 3

Intervalli	5
Il valore assoluto	8
Equazioni e disequazioni con i valori assoluti	9

P.2 Coordinate cartesiane del piano 11

Scale degli assi	11
Incrementi e distanze	12
Grafici	13
Linee rette	13
Equazioni delle rette	15

P.3 Grafici delle equazioni quadratiche 18

Circonferenze e dischi	18
Equazione della parabola	19
Proprietà di riflessione delle parabole	20
Cambio di scala di un grafico	20
Traslazione di un grafico	21
Ellissi e iperboli	22

P.4 Funzioni e loro grafici 24

Convenzione del dominio	26
Grafici delle funzioni	27
Funzioni pari e dispari; simmetria e riflessioni	29
Riflessione rispetto a una linea retta	30
Definire funzioni e disegnare grafici con Maple	31

P.5 Operazioni tra funzioni 35

Somma, differenza, prodotto e divisione	35
Composizione di funzioni	36
Funzioni definite a tratti	37

P.6 Polinomi e funzioni razionali 40

Radici, zeri e fattori	42
Radici e fattori dei polinomi quadratici	44
Regole di fattorizzazione	45

1 Limiti e continuità 61

1.1 Velocità, rapidità di crescita, area: alcuni esempi 61

Velocità media e velocità istantanea	61
La crescita di una coltura di alghe	63
L'area di un cerchio	64

1.2 Limiti delle funzioni 65

Limiti unilateri	69
Regole per il calcolo dei limiti	70
Teorema di compressione (o del confronto)	72

1.3 Limiti all'infinito e limiti infiniti 74

Limiti all'infinito	75
Limiti all'infinito delle funzioni razionali	76
Limiti infiniti	77
Calcolo di limiti mediante Maple	79

1.4 Continuità 81

Continuità in un punto	81
Continuità in un intervallo	82
Le funzioni continue sono molto numerose	83
Estensioni continue e discontinuità eliminabili	84
Funzioni continue in intervalli finiti chiusi	85
Ricerca grafica di massimi e minimi	86
Ricerca delle radici delle equazioni	87

1.5 Definizione formale di limite 91

Uso della definizione di limite per dimostrare i teoremi	92
Altri tipi di limiti	93

Riepilogo del capitolo 96

2	Derivazione	99	3	Le funzioni trascendenti	171
2.1	Rette tangenti e loro pendenza	99	3.1	Funzioni inverse	171
	Rette normali	103		Inversione di funzioni non biunivoche	175
2.2	La derivata	104		Derivata delle funzioni inverse	175
	Alcune derivate importanti	106	3.2	Funzioni esponenziali e logaritmiche	177
	Notazione di Leibniz	109		Esponenziali	177
	Differenziali	110		Logaritmi	179
	Derivata e proprietà del valore intermedio	111	3.3	Il logaritmo naturale e l'esponenziale	182
2.3	Regole di derivazione	113		Il logaritmo naturale	182
	Derivata della somma e moltiplicazione per una costante	113		La funzione esponenziale	185
	Derivata del prodotto	115		Esponenziali e logaritmi generali	187
	Derivata del reciproco	117		Derivazione logaritmica	188
	Derivata del quoziente	118	3.4	Crescita e decadimento	191
2.4	Derivata delle funzioni composte	120		Crescita degli esponenziali e dei logaritmi	191
	Calcolo delle derivate con Maple	123		Crescita esponenziale e modelli di decadimento	192
	Regole di derivazione con inclusa la funzione composta	124		Interessi degli investimenti	194
	Prova del teorema 6 (derivata di funzioni composte)	124		Crescita logistica	196
2.5	Derivate delle funzioni trigonometriche	125	3.5	Funzioni trigonometriche inverse	199
	Qualche limite particolare	126		La funzione inversa del seno o arcoseno	199
	Derivate del seno e del coseno	127		La funzione inversa della tangente o arcotangente	202
	Derivate delle altre funzioni trigonometriche	129		Altre funzioni trigonometriche inverse	204
2.6	Derivate di ordine superiore	132	3.6	Funzioni iperboliche	207
2.7	Uso dei differenziali e delle derivate	135		Funzioni iperboliche inverse	210
	Approssimazione delle piccole variazioni	136	3.7	Equazioni del secondo ordine lineari a coefficienti costanti	212
	Rapidità di variazione media e istantanea	137		Ricetta per risolvere $ay'' + by' + cy = 0$	213
	Sensibilità a una variazione	138		Moto armonico semplice	215
	Derivate e problemi di economia	139		Moto armonico smorzato	218
2.8	Teorema del valore medio	142		Riepilogo del capitolo	220
	Funzioni crescenti e decrescenti	144	4	Alcune applicazioni delle derivate	223
	Dimostrazione del teorema del valore medio	146	4.1	Rapidità di variazioni collegate	224
2.9	Derivazione implicita	149		Procedimento per i problemi con variazioni collegate	224
	Derivate di ordine superiore (di funzioni implicite)	152	4.2	Calcolo delle radici delle equazioni	229
	Regola generale della derivata di una potenza	153		Trasformazioni discrete e iterazione del punto fisso	230
2.10	Antiderivate e problemi ai valori iniziali	154		Metodo di Newton	232
	Antiderivate	154		Programmi per la risoluzione di equazioni	237
	Integrale indefinito	155	4.3	Forme indeterminate	238
	Equazioni differenziali e problemi ai valori iniziali	157		Regole di de l'Hôpital	239
2.11	Velocità e accelerazione	160			
	Velocità vettoriale e velocità in modulo	160			
	Accelerazione	162			
	Caduta dei gravi	164			
	Riepilogo del capitolo	166			

4.4	Valori estremi	244	5.5	Teorema fondamentale del calcolo differenziale	323
	Valori massimi e valori minimi	244	5.6	Metodo di sostituzione	330
	Punti critici, punti singolari e punti estremi	245		Integrali trigonometrici	334
	Ricerca dei valori estremi	246	5.7	Area delle regioni piane	338
	Test della derivata prima	247		Area di superfici comprese fra due curve	338
	Funzioni definite non su intervalli finiti chiusi	248		Riepilogo del capitolo	342
4.5	Concavità e punti di flesso	251			
4.6	Disegno del grafico di una funzione	254	6	Tecniche di integrazione	345
	Asintoti	256			
	Esempi di disegno formale di curve	259	6.1	Integrazione per parti	345
4.7	Eseguire grafici con il calcolatore	264		Formule di riduzione	349
	Mostri numerici e grafici eseguiti dal calcolatore	264	6.2	Integrali delle funzioni razionali	352
	Rappresentazione dei numeri in virgola mobile nei calcolatori	266		Denominatori lineari e quadratici	353
	Epsilon della macchina e suo effetto sulla figura 4.45	268		Frazioni parziali	354
	Determinazione dell'epsilon della macchina	268		Completamento del quadrato	357
4.8	Ricerca di valori estremi	270		Denominatori con fattori ripetuti	357
	Procedimento per la ricerca dei valori estremi	272	6.3	Sostituzioni inverse	360
4.9	Approssimazioni lineari	278		Sostituzioni trigonometriche inverse	360
	Approssimazione di valori delle funzioni	278		Sostituzioni iperboliche inverse	364
	Analisi dell'errore	279		Altre sostituzioni inverse	365
4.10	Polinomi di Taylor	283		La sostituzione $\tan(\theta/2)$	366
	Formula di Taylor	286	6.4	Altri metodi per il calcolo di integrali	368
	Notazione dell'"O" grande	288		Metodo dei coefficienti indeterminati	368
	Calcolo di limiti di forme indeterminate	291		Uso di Maple per integrare	370
4.11	Errore di arrotondamento, errore di troncamento e calcolatori	293		Uso delle tavole di integrali	371
	Polinomi di Taylor in Maple	293	6.5	Integrali impropri	373
	Errore di arrotondamento persistente	294		Integrali impropri di primo tipo	374
	Troncamento, arrotondamento e algebra computazionale	295		Integrali impropri di secondo tipo	376
	Riepilogo del capitolo	296		Determinazione della convergenza o della divergenza	379
5	Integrazione	301	6.6	Le formule del trapezio e del punto medio	382
5.1	Somme e simbolo di sommatoria	301		La formula del trapezio	383
	Calcolo di alcune somme	303		La formula del punto medio	385
5.2	Aree come limiti di somme	306		Stime dell'errore	387
	Il problema fondamentale dell'area	307	6.7	La formula di Simpson	390
	Calcolo di alcune aree	308	6.8	Altri aspetti dell'integrazione approssimata	394
5.3	Integrale definito	312		Approssimazione degli integrali impropri	394
	Partizioni e somme di Riemann	312		Uso della formula di Taylor	395
	Integrale definito	314		Integrazione di Romberg	396
	Somme di Riemann generali	315		L'importanza dei metodi di alto ordine	399
5.4	Proprietà dell'integrale definito	318		Altri metodi	400
	Teorema del valore medio per gli integrali	320		Riepilogo del capitolo	401
	Integrali definiti di funzioni continue a pezzi	321			

7	Applicazioni dell'integrazione	405	8.2	Curve parametriche	486
7.1	Volume dei solidi di rotazione	405		Curve piane generali e parametrizzazioni	489
	Volumi a "fette"	406		Alcune curve piane notevoli	489
	Solidi di rotazione	407	8.3	Curve parametriche lisce e loro pendenza	493
	Gusci cilindrici	410		Pendenza di una curva parametrica	493
7.2	Altri volumi a "fette"	414		Studio delle curve parametriche	495
7.3	Lunghezza di un arco e area di una superficie	418	8.4	Lunghezza e area di curve parametriche	496
	Lunghezza d'arco	418		Lunghezza di un arco e area di una superficie	496
	Lunghezza d'arco del grafico di una funzione	419		Aree delimitate da curve parametriche	498
	Area delle superfici di rotazione	423	8.5	Coordinate polari e curve polari	500
7.4	Massa, momenti e centro di massa	425		Alcune curve polari	502
	Massa e densità	425		Intersezione di curve polari	505
	Momenti e centro di massa	428		Coniche polari	506
	Esempi bidimensionali e tridimensionali	429	8.6	Pendenza, area e lunghezza d'arco di curve polari	507
7.5	Centroidi	432		Aree delimitate da curve polari	509
	Teorema del centroide di Pappo	435		Lunghezza d'arco delle curve polari	510
7.6	Altre applicazioni fisiche	438		Riepilogo del capitolo	511
	Pressione idrostatica	438	9	Successioni, serie e serie di potenze	515
	Lavoro	439			
	Energia potenziale ed energia cinetica	442	9.1	Successioni e convergenza	515
7.7	Applicazioni in economia, finanza ed ecologia	445		Convergenza delle successioni	518
	Valore attuale di un flusso di pagamenti	446	9.2	Serie infinite	523
	Economia dello sfruttamento di risorse rinnovabili	446		Serie geometriche	524
7.8	Probabilità	449		Serie telescopiche e serie armoniche	526
	Variabili casuali discrete	450		Alcuni teoremi sulle serie	527
	Media, varianza e deviazione standard	452	9.3	Criteri di convergenza per le serie positive	529
	Variabili casuali continue	453		Criterio di convergenza dell'integrale	530
	Distribuzione normale o gaussiana	458		Uso di limitazioni integrali per sommare una serie	531
7.9	Equazioni differenziali del primo ordine	461		Criteri di convergenza di confronto	533
	Equazioni separabili	462		Criteri di convergenza del rapporto e della radice	536
	Equazioni lineari del primo ordine	466		Uso di limitazioni geometriche per la somma di una serie	537
	Riepilogo del capitolo	470	9.4	Convergenza assoluta e convergenza semplice	540
8	Curve piane	475		Criterio di convergenza per le serie oscillanti	541
8.1	Coniche	475		Riordinamento dei termini di una serie	544
	Parabole	476	9.5	Serie di potenze	546
	Proprietà del fuoco della parabola	477		Operazioni algebriche sulle serie di potenze	549
	Ellissi	478		Derivazione e integrazione delle serie di potenze	550
	Proprietà dei fuochi dell'ellisse	479		Calcoli con Maple	555
	Le direttrici di un'ellisse	480			
	Iperboli	480			
	Proprietà dei fuochi dell'iperbole	482			
	Classificazione delle coniche	483			

9.6	Serie di Taylor e di Maclaurin	556
	Serie di Maclaurin di alcune funzioni elementari	558
	Altre serie di Maclaurin e di Taylor	560
	La formula di Taylor rivista	563
9.7	Applicazioni delle serie di Taylor e di Maclaurin	566
	Approssimazione dei valori delle funzioni	566
	Funzioni definite da integrali	567
	Forme indeterminate	568
9.8	Teorema binomiale e serie binomiale	569
	La serie binomiale	570
	Teorema multinomiale	572
9.9	Serie di Fourier	574
	Funzioni periodiche	574
	Serie di Fourier	575
	Convergenza della serie di Fourier	577
	Serie di Fourier dei coseni e dei seni	579
	Riepilogo del capitolo	580

APPENDICI

I	Numeri complessi	A-1
	Definizione dei numeri complessi	A-2
	Rappresentazione grafica dei numeri complessi	A-3

	Aritmetica complessa	A-5
	Radici dei numeri complessi	A-9

II Funzioni complesse A-12

	Limiti e continuità	A-13
	Derivata complessa	A-14
	Funzione esponenziale	A-16
	Teorema fondamentale dell'algebra	A-18

III Funzioni continue A-22

	Limiti delle funzioni	A-23
	Funzioni continue	A-23
	Completezza e limiti di successioni	A-24
	Funzioni continue in un intervallo limitato chiuso	A-26

IV Integrale di Riemann A-29

	Continuità uniforme	A-32
--	---------------------	------

V Calcolo differenziale con Maple A-35

	Elenco degli esempi dell'uso di Maple	A-36
--	---------------------------------------	------

Risposte agli esercizi dispari A-37

Indice analitico A-65